

電磁気学 No.6 電場のエネルギー, 静電場のまとめ

1. 静電エネルギー $U = \frac{Q^2}{2C}$ がエネルギーの単位 [J] になっているのを確かめなさい。

$$\frac{C^2}{F} = \frac{(A \cdot s)^2}{\frac{A^2 \cdot s^4}{kg \cdot m^2}} = kg \cdot m^2 / s^2 = J$$

2. 電場のエネルギー密度 $u_e = \frac{1}{2}DE = \frac{\epsilon_0}{2}E^2$ の単位が J/m^3 となっているのを確かめなさい。

$$[\frac{1}{2}DE] = \frac{C}{m^2} \times \frac{V}{m} = \frac{kg \cdot m^2 / s^2}{m^3} = \frac{J}{m^3}$$

$$[\frac{\epsilon_0}{2}E^2] = \frac{F}{m} \left(\frac{V}{m}\right)^2 = \frac{kg \cdot m^2 / s^2}{m^3} = \frac{J}{m^3}$$

3. 半径 R の球に電荷 Q が一様に分布しているときの静電エネルギーは $U = \frac{3}{20\pi\epsilon_0} \frac{Q^2}{R}$ と表わされている。また, 質量数 A の原子核の半径は, ほぼ $R = 1.5A^{1/3} \times 10^{-15} m$ によって与えられている。

(1) ウラン原子核 ${}^{238}_{92}U$ に蓄えられている静電エネルギー U は何 MeV か。

$$Q = 92e = 147.2 \times 10^{-19} C \quad U = \frac{3}{20 \times 3.14 \times 8.85 \times 10^{-12}} \times \frac{(147.2 \times 10^{-19})^2}{9.3 \times 10^{-15}}$$

$$R = 1.5 \times (238)^{1/3} \times 10^{-15} = 9.3 \times 10^{-15} m = 12.5 \times 10^{-11} J = 781.25 MeV$$

(2) このウラン原子核が, 電荷も質量もちょうど半分の2個の原子核に分裂したとする。分裂核の一つがもつ静電エネルギーを U' とすると, 解放されるエネルギー $\Delta U = U - 2U'$ は何 MeV か。

$$\left. \begin{array}{l} R \rightarrow R' = \left(\frac{1}{2}\right)^{1/3} R \\ Q \rightarrow Q' = \frac{Q}{2} \end{array} \right\} U' = \frac{3}{20\pi\epsilon_0} \frac{(Q/2)^2}{\left(\frac{1}{2}\right)^{1/3} R} = \left(\frac{1}{2}\right)^{5/3} U$$

$$\therefore \Delta U = U - 2U' = \left\{1 - 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{5/3}\right\} U = 0.37U = 289 MeV$$

(3) ウラン 1 g の中には $\frac{6.02 \times 10^{23}}{238}$ 個の原子核が存在する。すべてのウランが核分裂し, 解放されたエネルギーがすべて水の沸騰に使われるとすると, 何 kg の水が沸騰するか。1 kg の水が沸騰するには 420 kJ のエネルギーが必要である。

$$1 : x = 420 kJ : \Delta U$$

$$x = 2.78 \times 10^5 kg = 278 \text{ トン}$$

4. ${}^3_2\text{He}$ 原子核を作るために必要なエネルギーは何 MeV か。(電磁気学 No.4 3. 参照)

$$r = 1.5 \times 3^{\frac{1}{3}} \times 10^{-15} = 2.16 \times 10^{-15} \text{ m}$$

$$k \frac{e^2}{r} = 9.0 \times 10^9 \frac{(1.6 \times 10^{-19})^2}{2.16 \times 10^{-15}} = 0.666 \text{ MeV}$$

5. 電気容量 $C = 2.0 \mu\text{F}$ のコンデンサーを電圧 $V = 100 \text{ V}$ で充電したとき、コンデンサーに蓄えられるエネルギーは何 J か。

$$\frac{CV^2}{2} = \frac{1}{2} \times 2.0 \times 10^{-6} \times (100)^2 = 1.0 \times 10^{-2} \text{ J}$$

6. 静電場のまとめ

電圧の単位を MKSA 単位で表わすと、 $\text{V} = \text{kg} \cdot \text{m}^2 / \text{A} \cdot \text{s}^3$ と書くことができるが、これを逆に解いて $\text{kg} = \text{V} \cdot \text{A} \cdot \text{s}^3 / \text{m}^2$ を使って質量の単位を消すことを考えよう。これを VAMS 単位と呼ぼう。静電場ででてきた物理量を VAMS 単位で書いてみよう。

物理量	記号	MKSA 単位	VAMS 単位
力	*****	$\text{N} = \text{kg} \cdot \text{m} / \text{s}^2$	$\frac{\text{V} \cdot \text{A} \cdot \text{s}}{\text{m}}$
エネルギー	*****	$\text{J} = \text{N} \cdot \text{m}$	$\text{V} \cdot \text{A} \cdot \text{s}$
電荷	Q	C	$\text{A} \cdot \text{s}$
電場	E	$\text{N} / \text{C} = \text{V} / \text{m}$	$\frac{\text{V}}{\text{m}}$
電束密度	$D = \epsilon E$	C / m^2	$\frac{\text{A} \cdot \text{s}}{\text{m}^2}$
電気容量	C	F	$\frac{\text{A} \cdot \text{s}}{\text{V}}$
誘電率	ϵ	F / m	$\frac{\text{A} \cdot \text{s}}{\text{V} \cdot \text{m}}$
エネルギー密度	$u_e = \frac{1}{2} ED$	J / m^3	$\frac{\text{V} \cdot \text{A} \cdot \text{s}}{\text{m}^3}$

7. 今日の講義でわかったこと・わからなかったこと・感想などを書きなさい。(自由記載)