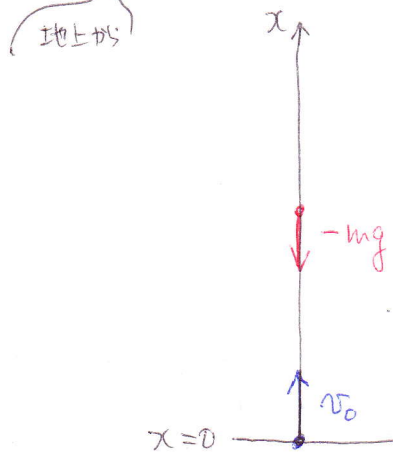


### §3. 鉛直投げ上げ

$t=0$ のとき、真上に投げ上げた物体の運動を考えよう。



地上に原点をとり、鉛直上向きに  $x$  軸をとると、物体に働く力は、 $F = -mg$  である。

$$m \frac{dv}{dt} = -mg$$

⇓

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = v \\ \frac{dv}{dt} = -g \end{cases}$$

⇓

$$\begin{cases} \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{x(t+\epsilon) - x(t)}{\epsilon} = v(t) \\ \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{v(t+\epsilon) - v(t)}{\epsilon} = -g \end{cases}$$

⇓

$$\begin{cases} x(t+\epsilon) = x(t) + \epsilon v(t) \\ v(t+\epsilon) = v(t) - \epsilon g \end{cases}$$

**動力学 No.8** 運動方程式を解く (3) 鉛直投げ上げ

$$\begin{cases} x(t+\epsilon) &= x(t) + \epsilon v\left(t + \frac{\epsilon}{2}\right) \\ v\left(t + \frac{\epsilon}{2}\right) &= v\left(t - \frac{\epsilon}{2}\right) - \epsilon g \end{cases} \quad (1)$$

ここで  $\epsilon = 0.10 \text{ s}$ ,  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$  とし, 小数第 4 位を四捨五入しなさい.

時刻 $t$ [s]	位置 $x(t)$ [m]	速さ $v(t)$ [m/s]	加速度 $a(t)$ [m/s <sup>2</sup> ]
0	$x(0) = 0.0$	$v(0) = 6.0$	$a(0) = -9.8$
$\epsilon$	$0 + 0.1 \times 5.51 = 0.551$	$v\left(\frac{\epsilon}{2}\right) = v(0) - \frac{\epsilon}{2}g$ $= 6 - \frac{0.1}{2} \times 9.8 = 5.51$	$-9.8$
$2\epsilon$	$0.551 + 0.1 \times 4.53 = 1.004$	$5.51 - 0.98 = 4.53$	$-9.8$
$3\epsilon$	$1.004 + 0.1 \times 3.55 = 1.359$	$4.53 - 0.98 = 3.55$	$-9.8$
$4\epsilon$	$1.359 + 0.1 \times 2.57 = 1.616$	$3.55 - 0.98 = 2.57$	$-9.8$
$5\epsilon$	$1.616 + 0.1 \times 1.59 = 1.775$	$2.57 - 0.98 = 1.59$	$-9.8$
$6\epsilon$	$1.775 + 0.1 \times 0.61 = 1.836$	$1.59 - 0.98 = 0.61$	$-9.8$
$7\epsilon$	$1.836 - 0.1 \times 0.37 = 1.799$	$0.61 - 0.98 = -0.37$	$-9.8$
$8\epsilon$	$1.799 - 0.1 \times 1.35 = 1.664$	$-0.37 - 0.98 = -1.35$	$-9.8$
$9\epsilon$	$1.664 - 0.1 \times 2.33 = 1.431$	$-1.35 - 0.98 = -2.33$	$-9.8$
$10\epsilon$	$1.431 - 0.1 \times 3.31 = 1.100$	$-2.33 - 0.98 = -3.31$	$-9.8$
$11\epsilon$	$1.100 - 0.1 \times 4.29 = 0.671$	$-3.31 - 0.98 = -4.29$	$-9.8$
$12\epsilon$	$0.671 - 0.1 \times 5.27 = 0.144$	$-4.29 - 0.98 = -5.27$	$-9.8$
$13\epsilon$	$0.144 - 0.1 \times 6.25 = -0.481$	$-5.27 - 0.98 = -6.25$ *****	$-9.8$

- $x-t$  グラフ,  $v-t$  グラフをグラフ用紙に描きなさい.
- 上に描いたグラフから, 次の値 (座標) を読みなさい.

	時刻	距離	速さ
最高点	$t_H = 0,61$	$x_H = 1,84$	$v_H = 0$
再び地上に戻ってきた点	$t_L = 1,22$	$x_L = 0$	$v_L = -6$

3. Newton の運動方程式

$$m \frac{dv}{dt} = -mg \quad (2)$$

を解きなさい.

- (a)  $t$  で積分して  $v(t)$  を求めなさい. 初期条件は  $v(0) = +6.0 \text{ m/s}$  である.

$$\frac{dv}{dt} = -9,8 \quad v = -9,8t + v_0 \quad \text{初期条件から} \quad v = -9,8t + 6$$

- (b) もう一度  $t$  で積分して  $x(t)$  を求めなさい. 初期条件は  $x(0) = 0.0 \text{ m}$  である.

$$x = -4,9t^2 + 6t + x_0 \quad \text{初期条件から} \quad x = -4,9t^2 + 6t$$

- (c) 微分方程式を解いた結果から, 次の量を計算しなさい.

- (i) 最高点に達したとき ( $v = 0$ ) の時刻  $t_H$  は何 s か.

$$v = -9,8t_H + 6 = 0 \quad \text{or} \quad t_H = \frac{6}{9,8} = 0,611 \text{ s}$$

- (ii) 最高点の位置  $x_H$  は地上何 m か.

$$x_H = -4,9 \times \left(\frac{6}{9,8}\right)^2 + 6 \times \frac{6}{9,8} = -\frac{1}{2} \times \frac{36}{9,8} + \frac{36}{9,8} = \frac{36}{2 \times 9,8} = 1,84 \text{ m}$$

- (iii) 地上に戻ってきたとき ( $x = 0$ ) の時刻  $t_L$  は何 s か.

$$x = -4,9t^2 + 6t \\ = -4,9t \left(t - \frac{6}{4,9}\right) = 0 \quad \text{or} \quad t_L = \frac{6}{4,9} = 1,22 \text{ s}$$

- (iv) 地上に戻ってきたときの速さ  $v_L$  は何 m/s か.

$$v_L = -9,8 \times \frac{6}{4,9} + 6 = -6,0 \text{ m/s}$$

4. 今日の講義でわかったこと・わからなかったこと・感想などを書きなさい. (自由記載)

