

動力学 No.7 運動方程式を解く (2) 雨滴の運動

$$\begin{cases} x(t + \epsilon) &= x(t) + \epsilon v\left(t + \frac{\epsilon}{2}\right) \\ v\left(t + \frac{\epsilon}{2}\right) &= v\left(t - \frac{\epsilon}{2}\right) + \epsilon a(t) \end{cases}$$

ここで、 $a(t) = g - \frac{k}{m}v\left(t - \frac{\epsilon}{2}\right)$ とする。また、 $\epsilon = 0.40 \text{ s}$, $g = 9.8 \text{ m/s}^2$, $\frac{k}{m} = 1.0 \text{ s}^{-1}$ とし、小数第 4 位を四捨五入しなさい。

時刻 t [s]	位置 $x(t)$ [m]	速さ $v(t)$ [m/s]	加速度 $a(t)$ [m/s ²]
0	$x(0) = 0.0$	$v(0) = 0.0$	$a(0) = 9.8$
ϵ	0.78	$v\left(\frac{\epsilon}{2}\right) = v(0) + \frac{\epsilon}{2}a(0)$	
		$v\left(\frac{3\epsilon}{2}\right) = v\left(\frac{\epsilon}{2}\right) + \epsilon a\left(\epsilon\right)$	
2ϵ	2.82		
3ϵ	5.61		
4ϵ	8.86		
5ϵ	12.37		
6ϵ	16.05		
7ϵ	19.82	= 9.434	= 0.366
8ϵ	23.65	= 9.580	
9ϵ	27.52		
10ϵ	31.41		
11ϵ	35.31		
12ϵ	39.22		
13ϵ	43.13		
14ϵ	47.05	= 9.790	= 0.01

1. $v - t$ グラフ, $a - t$ グラフを一枚のグラフ用紙に描きなさい。

2. 日常生活の中で、 $v-t$ グラフ・ $a-t$ グラフと同じ振る舞いをする現象をあげ、説明しなさい。

3. Newton の運動方程式

$$\frac{dv}{dt} = g - \frac{k}{m}v \quad (1)$$

を t で積分することによって、 v を求めなさい。いま、 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ 、 $\frac{k}{m} = 1.0 \text{ s}^{-1}$ としているので、

$$\frac{dv}{dt} = 9.8 - v = -(v - 9.8) \quad (2)$$

という微分方程式を解けばよい。

(a) t で積分して $v(t)$ を求めなさい。初期条件は $v(0) = 0$ である。

(b) 上の解で $t \rightarrow \infty$ の極限をとったときの速さ (終速度) を求めなさい。(動力学 No.5 1.(e) 参照)

(c) $v = \frac{dx}{dt}$ であることから、もう一度 t で積分して $x(t)$ を求めなさい。初期条件は $x(0) = 0$ である。

4. 今日の講義でわかったこと・わからなかったこと・感想などを書きなさい。(自由記載)