

**動力学 No.14** 力学的エネルギー保存則 (1)

目的 おもりを自由落下させたときの力学的エネルギー保存則を調べる。

方法 スタンドに記録タイマーをとりつけ、おもりに紙テープをつけて自然におもりを落とし、そのときの運動を記録する。重力加速度を  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ 、おもりの質量を  $m = 0.50 \text{ kg}$  とする。小数第4位を四捨五入しなさい。

測定データ  $\epsilon = \frac{2}{50} = 0.040 \text{ s}$  とする。

時刻 $t$ [s]	速さ $v$ [m/s]	$\frac{m}{2}v^2$ [J]	高さ $x$ [m]	$mgx$ [J]	$\frac{m}{2}v^2 + mgx$ [J]
0	0		1.304		
$\epsilon$	0.38		1.296		
$2\epsilon$	0.76		1.273		
$3\epsilon$	1.14		1.236		
$4\epsilon$	1.52		1.187		
$5\epsilon$	1.90		1.123		
$6\epsilon$	2.28		1.036		
$7\epsilon$	2.66		0.942		
$8\epsilon$	3.04		0.825		
$9\epsilon$	3.42		0.693		
$10\epsilon$	3.80		0.544		
$11\epsilon$	4.18		0.387		
$12\epsilon$	4.56		0.204		
$13\epsilon$	4.94		0.0		

- 縦軸に  $\frac{m}{2}v^2$ ,  $mgx$ ,  $\frac{m}{2}v^2 + mgx$ , 横軸に時刻  $t$  をとったグラフを, 一枚のミリ方眼紙に描きなさい。

2. 質量  $m = 0.50 \text{ kg}$  の物体の落下運動に対する Newton の運動方程式

$$m \frac{dv}{dt} = -mg \quad (1)$$

について以下の問いに答えなさい。

(a) 運動方程式を初期条件  $x(0) = 1.304 \text{ m}$ ,  $v(0) = 0.0 \text{ m/s}$  のもとに解いて  $v(t)$ ,  $x(t)$  を求めなさい。

(b) 運動エネルギー  $K = \frac{m}{2}v^2$  を時刻  $t$  の関数として表わしなさい。

(c) 位置エネルギー  $U = mgx$  を時刻  $t$  の関数として表わしなさい。

(d) 力学的エネルギー  $E = K + U$  を求めなさい。時刻  $t$  を含まない定数となるか？

3. 運動エネルギー  $\frac{m}{2}v^2$  が、仕事と同じ単位 J であることを確かめなさい。

4. 今日の講義でわかったこと・わからなかったこと・感想などを書きなさい。(自由記載)

**動力学 No.14-2** 力学的エネルギー保存則 (1)

1. 速さ  $6.0 \text{ m/s}$  でボールを地上から真上に投げ上げたとき、最高点までの高さは何  $\text{m}$  か。(エネルギー保存則の立場から解答しなさい。動力学 No.2 問 3.(c) 参照)
2. スキーヤーが高さ  $20 \text{ m}$  の丘をすべりおりた。丘の下まできたときの速さは何  $\text{m/s}$  か。
3. ハイジャンプの選手が、 $2.10 \text{ m}$  のバーを  $0.80 \text{ m/s}$  の速さで越えるためには、何  $\text{m/s}$  以上の助走が必要か。
4. 質量  $m = 1000 \text{ kg}$  の自動車が速さ  $v = 40 \text{ km/h}$  で走っている。
  - (a) この自動車の運動エネルギーは何  $\text{J}$  か。
  - (b) 自動車がこの速さのまま坂道に入りエンジンを切ったとき、坂道を何  $\text{m}$  の高さまで登ることができるか。(Hint: 運動エネルギーが、すべて位置エネルギーに変わったと考える。)
  - (c)  $1.0 \text{ kg}$  の水を  $1.0 \text{ }^\circ\text{C}$  上げるのに、 $4.2 \text{ kJ}$  のエネルギーが必要である。この自動車の運動エネルギーがすべて熱のエネルギーになったとすると、 $1.0 \text{ kg}$  の水の温度は何  $^\circ\text{C}$  上がるか。

5. 質量 60 kg の人が、10 m/s の速さで走っているとき、この人のもつ運動エネルギーは何 J か。
6. 静止した状態からジェットコースターが高低差 78 m を下るとき、ジェットコースターの最下点での速さは何 m/s か。
7. 質量 2.0 kg の物体を地上 10 m の高さから静かに落とした。物体が地面に達する直前の速さは何 m/s か。
8. 質量 1.0 g の水の温度を 1.0 °C 上げるのに 4.2 J のエネルギーが必要である。
- (a) この値を、同量の水の運動エネルギーに換算すると、何 m/s の速さに相当するか。
- (b) この値を、同量の水の位置エネルギーに換算すると、何 m の高さに相当するか。
- (c) 50 kg の水の温度を 20 °C 上げるのに必要なエネルギーは何 J か。

**動力学 No.14-3** 力学的エネルギー保存則 (1)

1. 地球から質量  $m$  [kg] の人工衛星を打ち上げる. 地上から  $x$  [m] での人工衛星の運動方程式は

$$m \frac{dv}{dt} = F = -G \frac{Mm}{(R+x)^2} \quad (2)$$

と書くことができる. ここで,  $M$ ,  $R$  は地球の質量と半径であり,  $G$  は万有引力定数である.

- (a) 運動方程式のエネルギー積分を実行し, 初期条件  $t=0$  のとき  $x=0$ ,  $v=v_0$  のもとで

$$v^2 = v_0^2 + \frac{2gR^2}{R+x} - 2gR \quad (3)$$

となることを示しなさい. (動力学 No.13 問 5. 参照)

(b) 地球の重力から脱出する ( $x \rightarrow \infty$  のとき  $v \geq 0$ ) ための初速度  $v_e$  は何 km/s か. この  $v_e$  を第二宇宙速度または脱出速度という. (動力学 No.9 復習参照)