

量子力学 No.15

Rotating Wave Approximation

1. $\mathbf{B} = (B_1 \cos \omega t, B_1 \sin \omega t, B_0)$ のとき, ハミルトニアン $H = \mu_B \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{B}$ は

$$H = \begin{pmatrix} \frac{\hbar\omega_0}{2} & \frac{\hbar\omega_1}{2} e^{-i\omega t} \\ \frac{\hbar\omega_1}{2} e^{i\omega t} & -\frac{\hbar\omega_0}{2} \end{pmatrix} \quad (1)$$

となる. ここで, $\hbar\omega_0 = 2\mu_B B_0$, $\hbar\omega_1 = 2\mu_B B_1$ とした. このときのブロッホ方程式は

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \rho_x \\ \rho_y \\ \rho_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_0 & \omega_1 \sin \omega t \\ \omega_0 & 0 & -\omega_1 \cos \omega t \\ -\omega_1 \sin \omega t & \omega_1 \cos \omega t & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rho_x \\ \rho_y \\ \rho_z \end{pmatrix} \quad (2)$$

となる. これを差分化して

$$\begin{cases} \rho_x(t + \epsilon) &= \rho_x(t) + \epsilon \{ -\omega_0 \rho_y(t - \frac{\epsilon}{2}) + \omega_1 \rho_z(t) \sin \omega t \} \\ \rho_y(t + \frac{\epsilon}{2}) &= \rho_y(t - \frac{\epsilon}{2}) + \epsilon \{ \omega_0 \rho_x(t) - \omega_1 \rho_z(t) \cos \omega t \} \\ \rho_z(t + \epsilon) &= \rho_z(t) + \epsilon \{ -\omega_1 \rho_x(t) \sin \omega t + \omega_1 \rho_y(t - \frac{\epsilon}{2}) \cos \omega t \} \end{cases} \quad (3)$$

ここで, $\epsilon = 0.50$ s, $\omega = \omega_0 = 1.0$ Hz, $\omega_1 = 0.70$ Hz とし, 小数第 4 位を四捨五入しなさい.

2. 横軸に時刻 t , 縦軸に ρ_z をとった $\rho_z - t$ グラフを描きなさい.

3. 描いたグラフから周期を求めなさい.

4. 今日の講義でわかったこと・わからなかったこと・感想などを書きなさい. (自由記載)

時刻 t [s]	$\rho_x(t)$	$\rho_y(t)$	$\rho_z(t)$
0	0.000	0.000	0.500
		$\rho_y(\frac{\epsilon}{2}) = \rho_y(0) - \frac{\epsilon}{2}\omega_0\rho_z(0)$	
ϵ	0.082	= -0.084	0.470
		-0.183	
2ϵ	0.271		0.382
		-0.121	
3ϵ	0.433		0.249
		0.084	
4ϵ	0.448		0.085
		0.314	
5ϵ	0.294		-0.089
		0.433	
6ϵ	0.061		-0.252
		0.379	
7ϵ	-0.112		-0.385
		0.203	
8ϵ	-0.127		-0.471
		0.037	
9ϵ	0.004		-0.500
		0.003	
10ϵ	0.168		-0.468
		0.130	
11ϵ	0.230		-0.380
		0.333	
12ϵ	0.122		-0.245
		0.472	
13ϵ	-0.106		-0.081
		0.446	
14ϵ	-0.323		0.093
		0.265	
15ϵ	-0.403		0.256
		0.039	
16ϵ	-0.312		0.388
		-0.094	
17ϵ	-0.131		0.473
		-0.062	
18ϵ	0.003		0.500
		0.094	
19ϵ	-0.013		0.467
		0.244	
20ϵ	-0.179		0.377
		0.264	
21ϵ	-0.385		0.241
		0.115	
22ϵ	-0.494		0.077
		-0.126	
23ϵ	-0.429		-0.097
		-0.319	
24ϵ	-0.229		-0.260
