

量子力学 No.5-1 Rotation operator for spin $\frac{1}{2}$ systems

1. 次の量の行列表示を求めなさい.

$$(a) \mathcal{D}_y(\varphi) = e^{-\frac{i}{2}\sigma_y\varphi} = \exp\left[-\frac{i}{2}\sigma_y\varphi\right]$$

$$(b) \mathcal{D}_z(\varphi) = e^{-\frac{i}{2}\sigma_z\varphi} = \exp\left[-\frac{i}{2}\sigma_z\varphi\right]$$

2. 次の量を計算し、実際にベクトルが回転していることを確かめなさい.

(a) $\mathcal{D}_x(\frac{\pi}{2})|\uparrow\rangle =$

(b) $\mathcal{D}_x(-\frac{\pi}{2})|y\downarrow\rangle =$

(c) $\mathcal{D}_y(\frac{\pi}{2})|x\uparrow\rangle =$

(d) $\mathcal{D}_y(\frac{\pi}{2})|x\downarrow\rangle =$

(e) $\mathcal{D}_y(\frac{\pi}{2})|\uparrow\rangle =$

(f) $\mathcal{D}_y(-\frac{\pi}{2})|x\uparrow\rangle =$

(g) $\mathcal{D}_y(-\frac{\pi}{2})|\uparrow\rangle =$

(h) $\mathcal{D}_y(-\frac{\pi}{2})|\downarrow\rangle =$

3. 今日の講義でわかったこと・わからなかったこと・感想などを書きなさい. (自由記載)

量子力学 No.5-2 Rotation operator for spin $\frac{1}{2}$ systems

1. パウリ行列 σ_y を対角化しなさい。 σ_y を対角化するユニタリ行列 U が

$$U = |y \uparrow\rangle\langle \uparrow| + |y \downarrow\rangle\langle \downarrow| = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ i & -i \end{pmatrix} \quad (1)$$

となることを示しなさい。

2. この行列 U を使って、以下の量を計算しなさい。

(a) $U^\dagger \sigma_x U =$

(b) $U^\dagger \sigma_y U =$

(c) $U^\dagger \sigma_z U =$

3. この行列 U を使って、以下の量を計算しなさい.

$$(a) U^\dagger \mathcal{D}_x(\varphi) U = U^\dagger e^{-\frac{i}{2} \sigma_x \varphi} U = U^\dagger \left(\cos \frac{\varphi}{2} - i \sigma_x \sin \frac{\varphi}{2} \right) U =$$

$$(b) U^\dagger \mathcal{D}_y(\varphi) U = U^\dagger e^{-\frac{i}{2} \sigma_y \varphi} U = U^\dagger \left(\cos \frac{\varphi}{2} - i \sigma_y \sin \frac{\varphi}{2} \right) U =$$

$$(c) U^\dagger \mathcal{D}_z(\varphi) U = U^\dagger e^{-\frac{i}{2} \sigma_z \varphi} U = U^\dagger \left(\cos \frac{\varphi}{2} - i \sigma_z \sin \frac{\varphi}{2} \right) U =$$