2021年度　科学哲学 量子力学

日程

http://physweb.mascat.nihon-u.ac.jp/lecture/

回数	月日	大項目	項目	プリント
1	09/14	基礎的概念	シュテルン・ゲルラッハの実験	量子力学 No.1
2	09/21		連続シュテルン・ゲルラッハの実験	量子力学 No.2
3	09/28		パウリ行列	量子力学 No.3
4	10/05		測定，不確定性原理	量子力学 No.4
5	10/12	回転	スピン 1/2 系の回転	量子力学 No.5
6	10/19		z 軸のまわりの回転	量子力学 No.6
7	10/26		y 軸のまわりの回転 x 軸のまわりの回転	量子力学 No.7 量子力学 No.8
8	11/02		任意の回転，オイラー角	量子力学 No.9
9	11/09	時間発展 (1)	シュレディンガー方程式	量子力学 No.10
10	11/16		スピンの歳差運動 (1)	量子力学 No.11
11	11/30		スピンの歳差運動 (2)	量子力学 No.12
12	12/07	時間発展 (2)	ブロッホ方程式	量子力学 No.13
13	12/14		緩和の導入	量子力学 No.14
14	12/21		回転波近似	量子力学 No.15
15	01/11		回転波近似＋緩和	量子力学 No.16
16	01/18	レポート提出		

用意するもの

1. 関数電卓

2. 定規（20〜30 cm くらい）

3. ミリ方眼グラフ用紙

成績

1. 定期試験なし，もちろん再試験なし．

2. 出席点（遅刻なし，レポート提出で 1 回 3 点 ×15 回 =45 点）

3. 最終レポート（55 点）

量子力学 No.0.1 複素数，オイラーの公式，三角関数

1. 二乗して -1 となる数を虚数といい，i と書く．すなわち，

$$i^2 = -1 \qquad \text{または} \qquad i = \sqrt{-1} \tag{1}$$

である．2 つの実数 x，y から複素数 $z = x + iy$ を作る．この複素共役を

$$z^* = x - iy \tag{2}$$

と定義する．また，絶対値を

$$|z|^2 = z^* z = (x - iy)(x + iy) = x^2 + y^2 \tag{3}$$

と定義する．

2. 初等関数を x のベキ乗の和で表すことをマクローリン展開という．

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^5}{5!} + \dots \tag{4}$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \dots \tag{5}$$

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots \tag{6}$$

(a) (4) の x に ix を代入することによってオイラーの公式

$$e^{ix} = \cos x + i \sin x \tag{7}$$

が導かれる．

(b) オイラーの公式 (7) とその複素共役 $e^{-ix} = \cos x - i \sin x$ を使って，$\cos x$ と $\sin x$ を e を使って表す．

$$\cos x = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2} \tag{8}$$

$$\sin x = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i} \tag{9}$$

3. 三角関数

(a) 二乗の和

$$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1 \tag{10}$$

(b) 二倍角の公式

$$\sin\theta = 2\cos\frac{\theta}{2}\sin\frac{\theta}{2} \tag{11}$$

$$\cos\theta = \cos^2\frac{\theta}{2} - \sin^2\frac{\theta}{2} = 1 - 2\sin^2\frac{\theta}{2} = 2\cos^2\frac{\theta}{2} - 1 \tag{12}$$

量子力学 No.0.2 vectors, matrices and their products

1. 行列とベクトル

以下の行列とベクトルの成分は，すべて複素数である．$*$ は，複素共役（complex conjugate）を表す．

(a) 行列

$$A \doteq \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, \qquad B \doteq \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix} \tag{13}$$

(b) エルミート共役（Hermitian adjoint）

$$A^\dagger = \begin{pmatrix} a^* & c^* \\ b^* & d^* \end{pmatrix} \tag{14}$$

(i) $A^\dagger = A$ の行列を，エルミート演算子（Hermitian operator）という．

(ii) $A^\dagger A = AA^\dagger = 1$ または $A^\dagger = A^{-1}$ の行列を，ユニタリー演算子（Unitary operator）という．

(c) ケットベクトル（ket vector）

$$|\alpha\rangle \doteq \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \qquad |\beta\rangle \doteq \begin{pmatrix} f \\ g \end{pmatrix} \tag{15}$$

に双対（dual）なベクトルをブラベクトル（bra vector）という．

$$\langle\alpha| \doteq \begin{pmatrix} x^* & y^* \end{pmatrix}, \qquad \langle\beta| \doteq \begin{pmatrix} f^* & g^* \end{pmatrix}, \tag{16}$$

2. 行列とベクトルの積

(a) 内積（inner product）: 単なる複素数となる！この積で括弧（bracket）になる！

$$\langle\beta|\alpha\rangle = \begin{pmatrix} f^* & g^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = f^*x + g^*y \tag{17}$$

(i) $\langle\alpha|\beta\rangle^* = \langle\beta|\alpha\rangle$

(ii) 必ず $\langle\alpha|\beta\rangle \geq 0$ となる．

(iii) $\langle\alpha|\beta\rangle = 0$ のとき，$|\alpha\rangle$ と $|\beta\rangle$ は直交するという．

(iv) $\langle\alpha|\alpha\rangle = 1$ のとき，規格化されているという．

(b) 外積（outer product）: 行列（演算子）となる！

$$|\beta\rangle\langle\alpha| = \begin{pmatrix} f \\ g \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^* & y^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} fx^* & fy^* \\ gx^* & gy^* \end{pmatrix} \tag{18}$$

(c) 行列とベクトルの積

$$A|\alpha\rangle = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ax + by \\ cx + dy \end{pmatrix} \tag{19}$$

$$\langle\alpha|A = \begin{pmatrix} x^* & y^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ax^* + cy^* & bx^* + dy^* \end{pmatrix} \tag{20}$$

(d) 行列と行列の積

$$AB = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ap + br & aq + bs \\ cp + dr & cq + ds \end{pmatrix} \tag{21}$$

$$BA = \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ap + cq & bp + dq \\ ar + cs & br + ds \end{pmatrix} \tag{22}$$

一般に $AB \neq BA$ であることに注意.

(e) 複素共役

$$\langle\beta|A|\alpha\rangle^* = \langle\alpha|A^\dagger|\beta\rangle \tag{23}$$