

特殊相対論 No.7 Lorentz 変換の図解化, 読み方

1. $w = ct$, $\beta = \frac{V}{c}$, $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ として Lorentz 変換は

$$\begin{pmatrix} w' \\ x' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\beta\gamma \\ -\beta\gamma & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w \\ x \end{pmatrix} \quad (1)$$

となる. $V = \frac{c}{2}$ のとき $w - x$, $w' - x'$ 軸を書き入れなさい.

2. $V = \frac{c}{2}$ のとき, $\beta = 0.5$, $\gamma = 1.15$ であった. Lorentz 変換の式 (1) に $(w, x) = (10, 8)$ を代入して, (w', x') の値を求めなさい.

$$w' = 10\gamma - 8\beta\gamma = 1.15 \times (10 - 8 \times 0.5) = 1.15 \times 6 = 6.90$$

$$x' = -10\beta\gamma + 8\gamma = 1.15 \times (-10 \times 0.5 + 8) = 1.15 \times 3 = 3.45$$

3. 時空図上の点 $(w, x) = (10, 8)$ は, $V = \frac{c}{2}$ で走る K' 系での値 (w', x') をグラフから次の 2通りのやり方で読み取りなさい. 時空図上の点から, w' 軸, x' 軸に平行におろした点の座標を読む.

(a) 原点から w' , x' 軸を実測して, α_r で割る.

$$w' = \frac{8.99}{\alpha_r} = \frac{8.99}{1.29} = 6.97$$

$$x' = \frac{4.45}{\alpha_r} = \frac{4.45}{1.29} = 3.45$$

(b) w' , x' 軸から w , x に垂線をおろして座標を読み, その値を γ で割る.

$$w' = \frac{8}{\gamma} = \frac{8}{1.15} = 6.96$$

$$x' = \frac{4}{\gamma} = \frac{4}{1.15} = 3.48$$

4. Lorentz 変換の式 (1) の逆変換を求めなさい。

$$\begin{cases} w = \gamma w' - \beta \gamma x' \\ x = -\beta \gamma w' + \gamma x' \end{cases} \iff \begin{cases} w' = \gamma w + \beta \gamma x \\ x' = \beta \gamma w + \gamma x \end{cases}$$

5. 時空図上の任意の点 $(w, x) = (w', x')$ を、各座標系 K, K' から見たときの関係式 (1) を時空図から読みこみなさい。

6. K' 系から見た点 $(w', x') = (0, 8)$ がある。

(a) 時空図を描いて、 (w, x) を読みこみなさい。

$$w = 4,65$$

$$x = 9,25$$

(b) 前問で求めた逆変換の式に代入して、 K 系からみた座標 (w, x) を求めなさい。

$$w = \gamma \beta x' = 8 \times 0,5 \times 1,15 = 4,60$$

$$x = \gamma x' = 8 \times 1,15 = 9,20$$

7. K' 系から見た点 $(w', x') = (6, 0)$ がある。

(a) 時空図を描いて、 (w, x) を読みこみなさい。

$$w = 6,93$$

$$x = 3,44$$

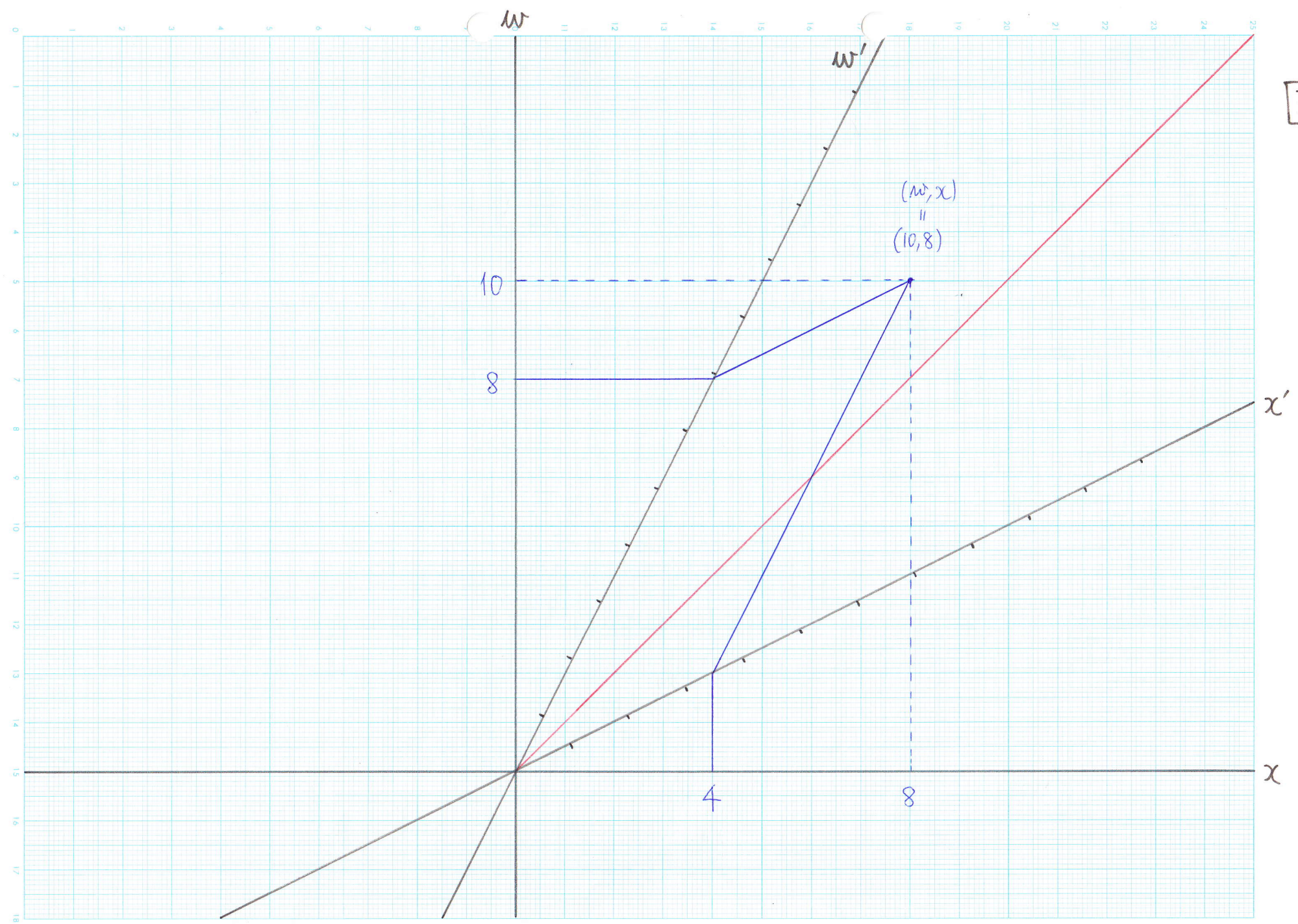
(b) 前々問で求めた逆変換の式に代入して、 K 系からみた座標 (w, x) を求めなさい。

$$w = \beta \gamma x' = 6 \times 1,15 = 6,90$$

$$x = \gamma x' = 6 \times 0,5 \times 1,15 = 3,45$$

8. 今日の講義でわかったこと・わからなかったこと・感想などを書きなさい。(自由記載)

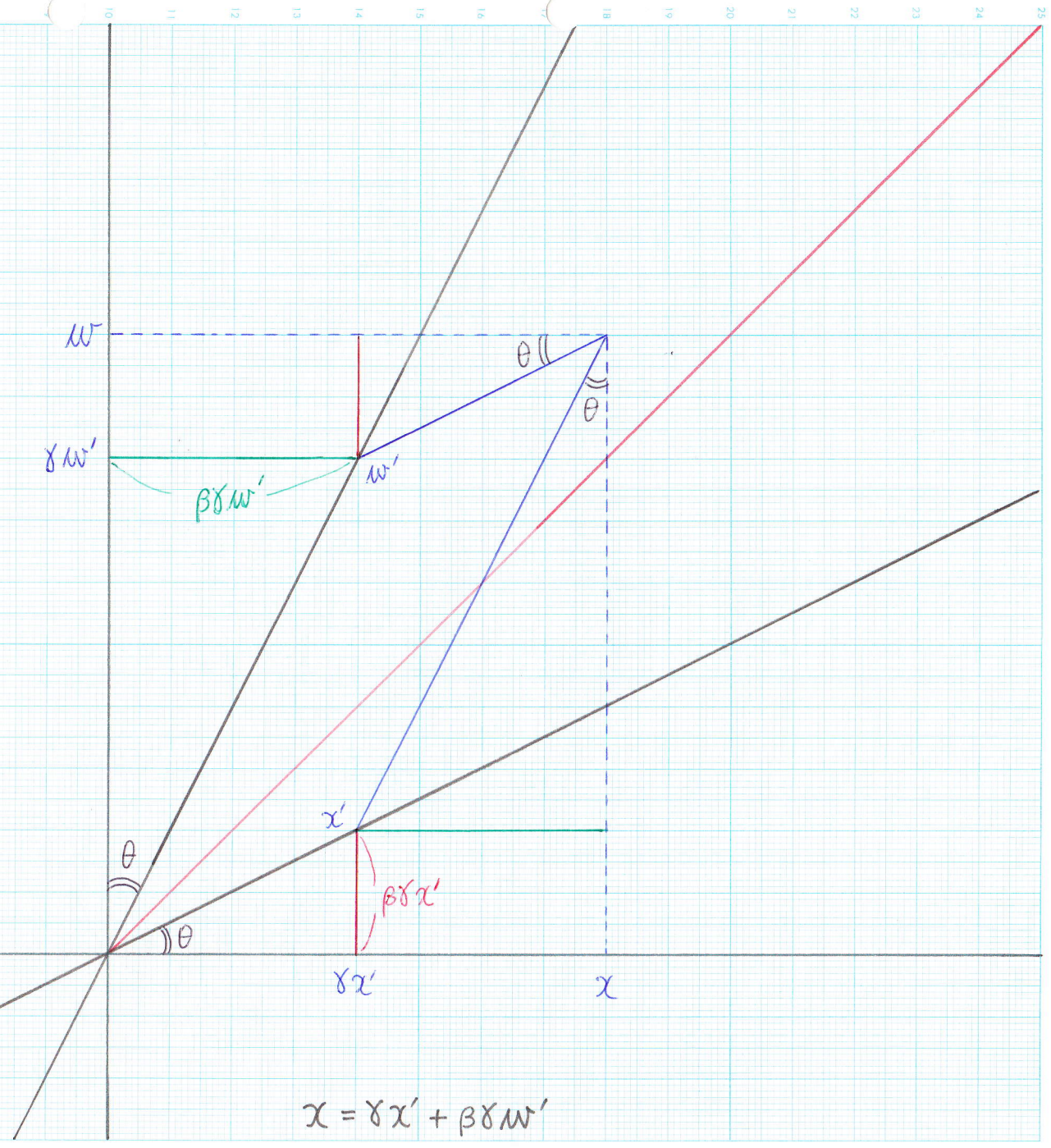
3



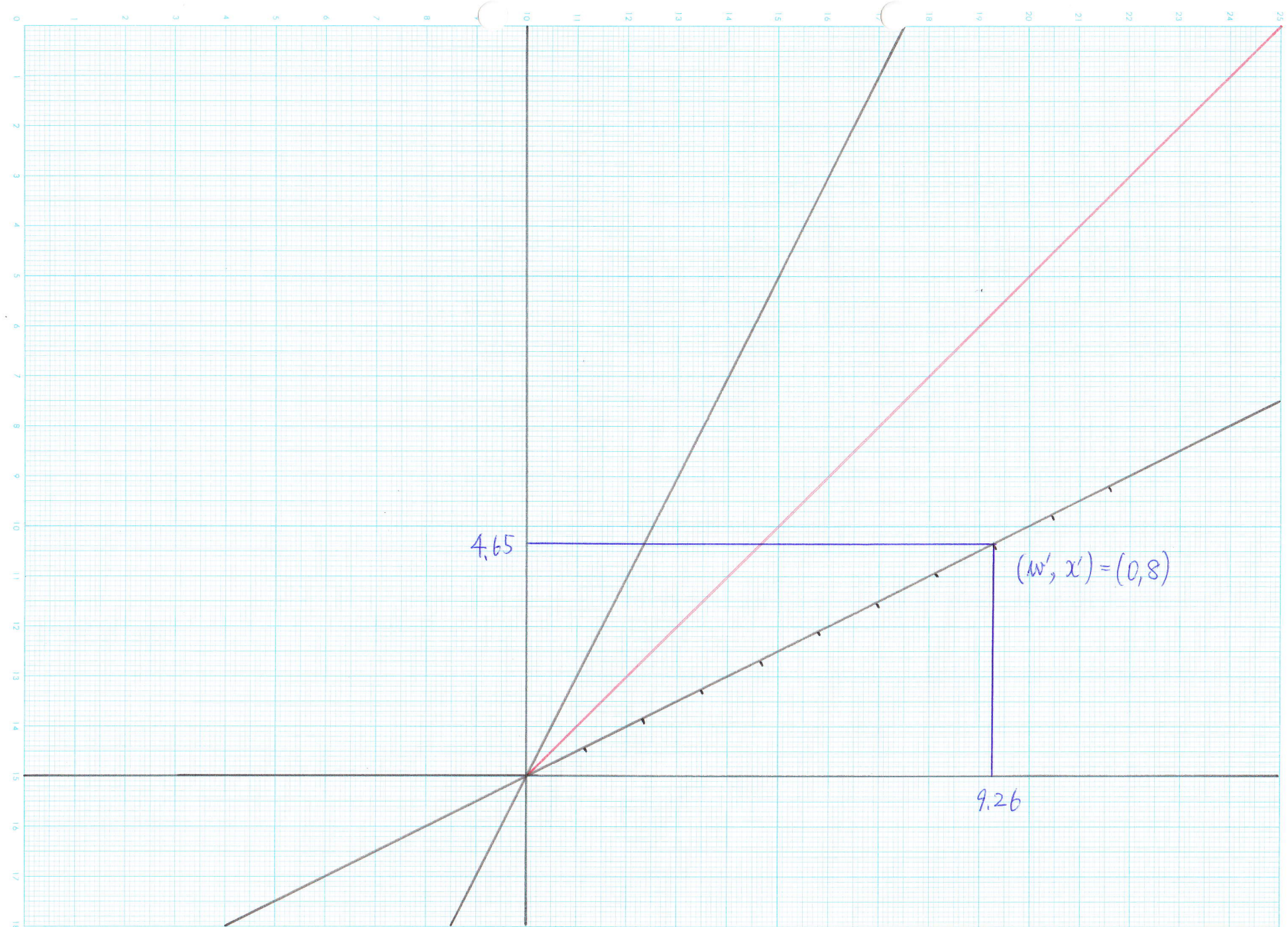
$$\tan \theta = \beta = \frac{v}{c}$$

$$w = \gamma w' + \beta \gamma x'$$

$$x = \gamma x' + \beta \gamma w'$$



6



7

