

# 1.4 エネルギーと運動量

運動方程式  $m \frac{dv}{dt} = F \longrightarrow \frac{d}{dt}(mv) = F \longrightarrow \Delta p = \int F dt$ : 力積

エネルギー積分  $m v \frac{dv}{dt} = v \cdot F \longrightarrow \frac{d}{dt} \left( \frac{m}{2} v^2 \right) = \underbrace{v \cdot F}_{\text{仕事率}} \longrightarrow \Delta E = \int F dx$ : 仕事

よって、

$$p = mv$$

$$E = \frac{m}{2} v^2$$

よおくと、

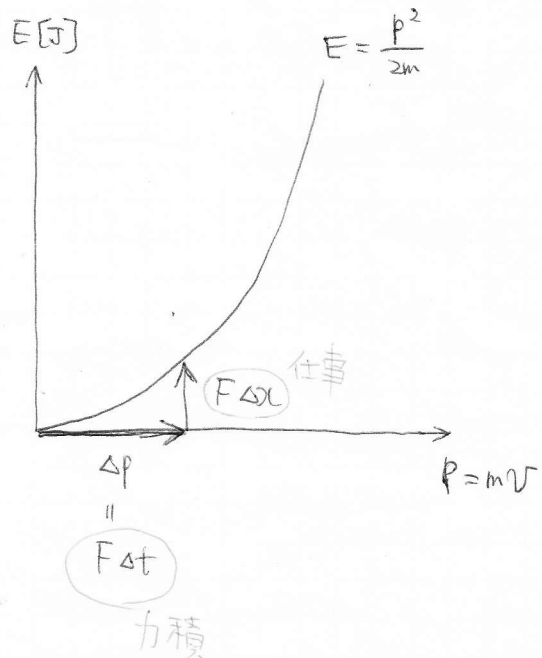
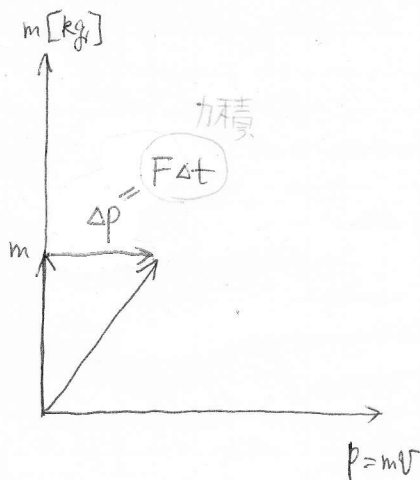
$$\begin{cases} \frac{dP}{dt} = F \\ \frac{dE}{dt} = vF = \frac{P}{m} \cdot F \end{cases}$$

連立微分方程式を解こう。初期条件は、 $t=0$  のとき  $v(0) = 0$

$$\begin{cases} \frac{P(t+\epsilon) - P(t)}{\epsilon} = F \\ \frac{E(t+\epsilon) - E(t)}{\epsilon} = \frac{F}{m} P(t) \end{cases}$$

⇓

$$\begin{cases} P(t+\epsilon) = P(t) + \epsilon F \\ E(t+\epsilon) = E(t) + \epsilon \frac{F}{m} P(t) \end{cases}$$



**特殊相対論 No.4** エネルギーと運動量 (特殊相対論 No.15 参照)

$$\begin{cases} p(t + \epsilon) = p(t) + \epsilon F \\ E(t + \epsilon) = E(t) + \epsilon \frac{F}{m} p(t) \end{cases} \quad (1)$$

ここで、 $\epsilon = 0.20 \text{ s}$ ,  $F = 1.0 \text{ N}$ ,  $m = 1.0 \text{ kg}$  とする.

時刻 $t$ [s]	エネルギー $E(t)$	運動量 $p(t)$	中点運動量 $\bar{p}(t)$
0	$E(0) = 0.0$	$p(0) = 0.0$	0
		$p(\frac{\epsilon}{2}) = p(0) + \frac{\epsilon}{2}F$	とする
$\epsilon$	$0 + 0.2 \times 0.1 = 0.02$	$= 0.100$	
		0.300	0.2
$2\epsilon$	$0.02 + 0.2 \times 0.3 = 0.08$	0.500	0.4
$3\epsilon$	$0.08 + 0.2 \times 0.5 = 0.18$	0.700	0.6
$4\epsilon$	$0.18 + 0.2 \times 0.7 = 0.32$	0.900	0.8
$5\epsilon$	$0.32 + 0.2 \times 0.9 = 0.50$	1.100	1.0
$6\epsilon$	$0.50 + 0.2 \times 1.1 = 0.72$	1.300	1.2
$7\epsilon$	$0.72 + 0.2 \times 1.3 = 0.98$	1.500	1.4
$8\epsilon$	$0.98 + 0.2 \times 1.5 = 1.28$	1.700	1.6
$9\epsilon$	$1.28 + 0.2 \times 1.7 = 1.62$	1.900	1.8
$10\epsilon$	$1.62 + 0.2 \times 1.9 = 2.00$	2.100	2.0
$11\epsilon$	$2.00 + 0.2 \times 2.1 = 2.42$	2.300	2.2
$12\epsilon$	$2.42 + 0.2 \times 2.3 = 2.88$	2.500	2.4
$13\epsilon$	$2.88 + 0.2 \times 2.5 = 3.38$	2.700	2.6
$14\epsilon$	$3.38 + 0.2 \times 2.7 = 3.92$	2.900	2.8
$15\epsilon$	$3.92 + 0.2 \times 2.9$ $= 4.50$	*****	3.000

1. 縦軸にエネルギー  $E$ , 横軸に中点運動量  $\bar{p}$  をとった,  $E - \bar{p}$  グラフをグラフ用紙に描きなさい.

2. ニュートン力学では、運動量  $p$  とエネルギー  $E$  は、速さ  $v$  の関数として

$$p = mv, \quad E = \frac{m}{2}v^2 \quad (2)$$

と表された。

(a) 速さ  $v$  を運動量  $p$  で表しなさい。

$$v = \frac{p}{m}$$

(b) エネルギー  $E$  を運動量  $p$  で表しなさい。

$$E = \frac{m}{2}v^2 = \frac{m}{2}\left(\frac{p}{m}\right)^2 = \frac{p^2}{2m}$$

3. 今日の講義でわかったこと・わからなかったこと・感想などを書きなさい。(自由記載)

E [J]

