

特殊相対論 No. 3 Doppler effect(特殊相対論 No.12 参照)

1. 原点に静止した音源から、周期 $T = 1$ s で音を出す。音は x 軸正方向に進み、音速を $v = \tan \varphi = 1$ m/s とする。波面の様子を、時空図に書き込みなさい。
2. 振動数 ν [Hz] と波長 λ [m] を求めなさい。

$$\begin{array}{l} 1 \text{ 回} - T_s \\ \nu \text{ 回} - t_s \\ \hline 1 : \nu = T : 1 \text{ より } \nu T = 1 \quad \therefore \nu = \frac{1}{T} = 1 \text{ Hz} \end{array} \quad v = \nu \lambda \text{ より } \lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{1}{1} = 1 \text{ m}$$

3. x 軸に平行に線を入れると、波面間の距離が波長 λ である。 t 軸に平行に線を入れると、波面間の距離が周期 T である。時空図の中で、 T と λ が読めるか。ここで、 $v = \tan \varphi = \frac{\lambda}{T} = \nu \lambda$ となっていることを確かめなさい。
4. 時刻 $t = 0$ s に原点から速さ $V = \tan \theta = +0.5$ m/s で動く観測者の世界線を書き、時間目盛を加えなさい。

5. ドップラー効果

- (a) 観測者が観測する 5 個の波面が通過する時間は何 s か。すなわち、観測者が聞く音の振動数 ν' は何 Hz か。グラフから読み取りなさい。

$$\nu' = \frac{5 \text{ 個}}{10 \text{ s}} = 0.5 \text{ Hz}$$

- (b) $t-x$ 座標系で、 $O(0, 0)$, $A(5, 0)$, $B(10, 5)$ とする。三角形 OAB に正弦定理を使うことによって、ドップラー効果の式を導きなさい。

$$\frac{OA}{\sin(\varphi - \theta)} = \frac{OB}{\sin(\pi - \varphi)} \rightarrow \frac{OA}{OB} = \frac{\sin(\varphi - \theta)}{\sin(\pi - \varphi)} = \frac{\sin \varphi \cos \theta - \cos \varphi \sin \theta}{\sin \pi \cos \varphi - \cos \pi \sin \varphi}$$

$$= \cos \theta - \frac{\sin \theta}{\tan \varphi} = \frac{1}{\sqrt{1+V^2}} - \frac{V}{v\sqrt{1+V^2}} = \frac{v-V}{v\sqrt{1+V^2}}$$

一方、 $m = 5$ とし

$$OA = mT = \frac{m}{\nu}$$

$$OB = mT' \sqrt{1+V^2} = \frac{m}{\nu'} \sqrt{1+V^2}$$

$$\frac{\nu'}{\nu \sqrt{1+V^2}} = \frac{v-V}{v\sqrt{1+V^2}}$$

$$\therefore \nu' = \frac{v-V}{v} \times \nu$$

- (c) $v = 1$, $V = 0.5$, $\nu = 1$ のとき、理論値 ν' を求めなさい。

$$\nu' = \frac{1-0.5}{1} \times 1 = 0.5 \text{ Hz}$$

6. 原点に静止している観測者がいる. 時刻 $t = 0$ s に原点から速さ $V_s = +0.5$ m/s で離れていく音源がある. 観測者が聞く音の振動数 ν' を求めなさい.

(a) 時空図から: 5 個の波面が通過する時間を求めることにより計算する.

$$\nu' = \frac{5 \text{個}}{7.5 \text{s}} = 0.66 \text{ Hz}$$

(b) ドップラー効果の式から

$$\nu' = \frac{v}{v+V} \times \nu = \frac{1}{1+0.5} \times 1 = \frac{1}{1.5} = 0.66 \text{ Hz}$$

7. 原点に静止している音源がある. 時刻 $t = 0$ s に $x = 10$ m から速さ $V = -0.5$ m/s で動く観測者が聞く音の振動数 ν' を求めなさい.

(a) 時空図から: 5 個の波面が通過する時間を求めることにより計算する.

$$\nu' = \frac{5 \text{個}}{3.74 \text{ cm} / \alpha_c} = \frac{5 \text{個}}{3.74 / 1.118} = 1.495 \text{ Hz}$$

(b) ドップラー効果の式から

$$\nu' = \frac{v+V}{v} \times \nu = \frac{1+0.5}{1} \times 1 = 1.5 \text{ Hz}$$

8. 原点に静止している観測者がいる. 時刻 $t = 0$ s に $x = 10$ m から速さ $V_s = -0.5$ m/s で動く音源がある. 観測者が聞く音の振動数 ν' を求めなさい.

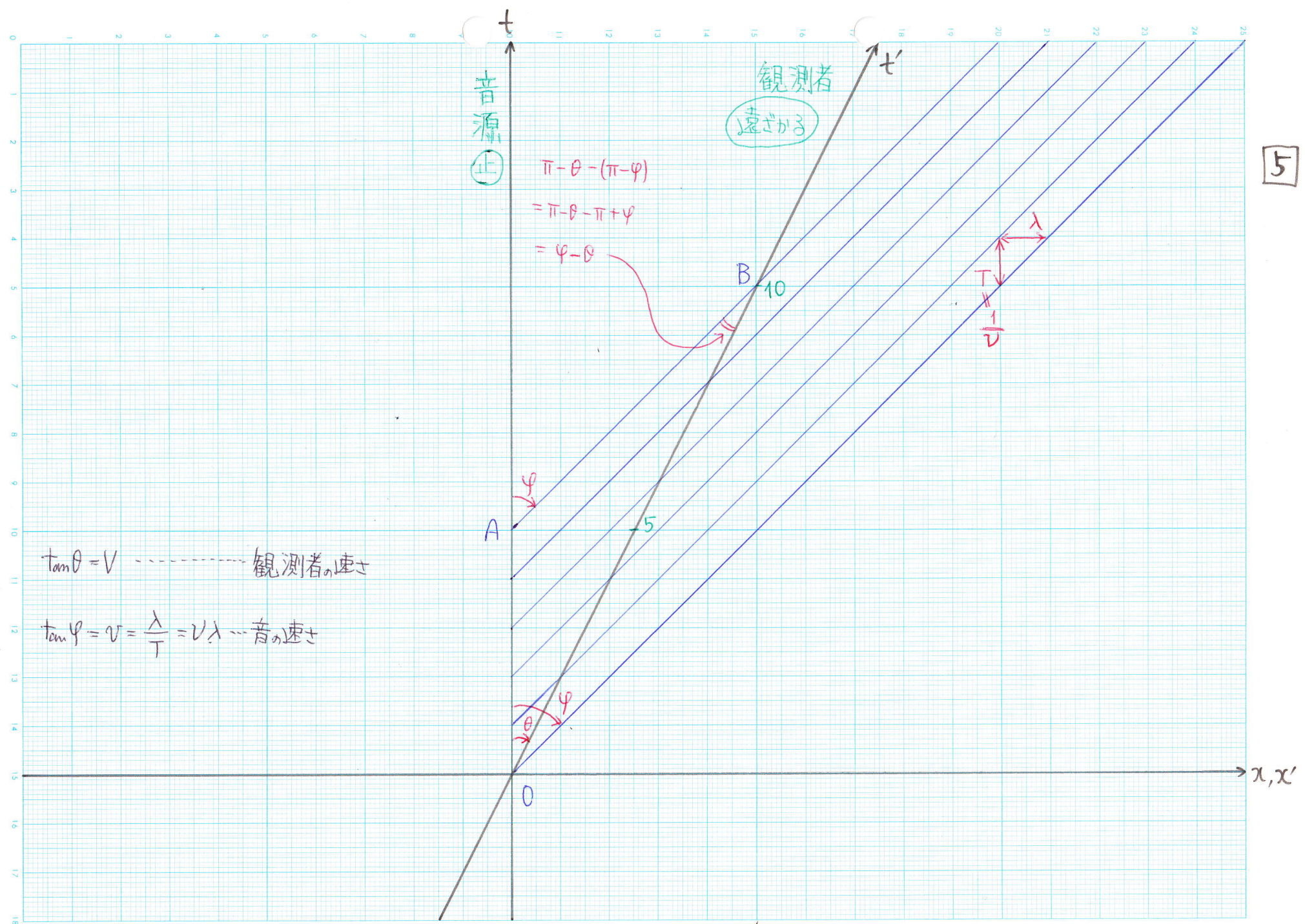
(a) 時空図から: 5 個の波面が通過する時間を求めることにより計算する.

$$\nu' = \frac{5 \text{個}}{2.5 \text{s}} = 2 \text{ Hz}$$

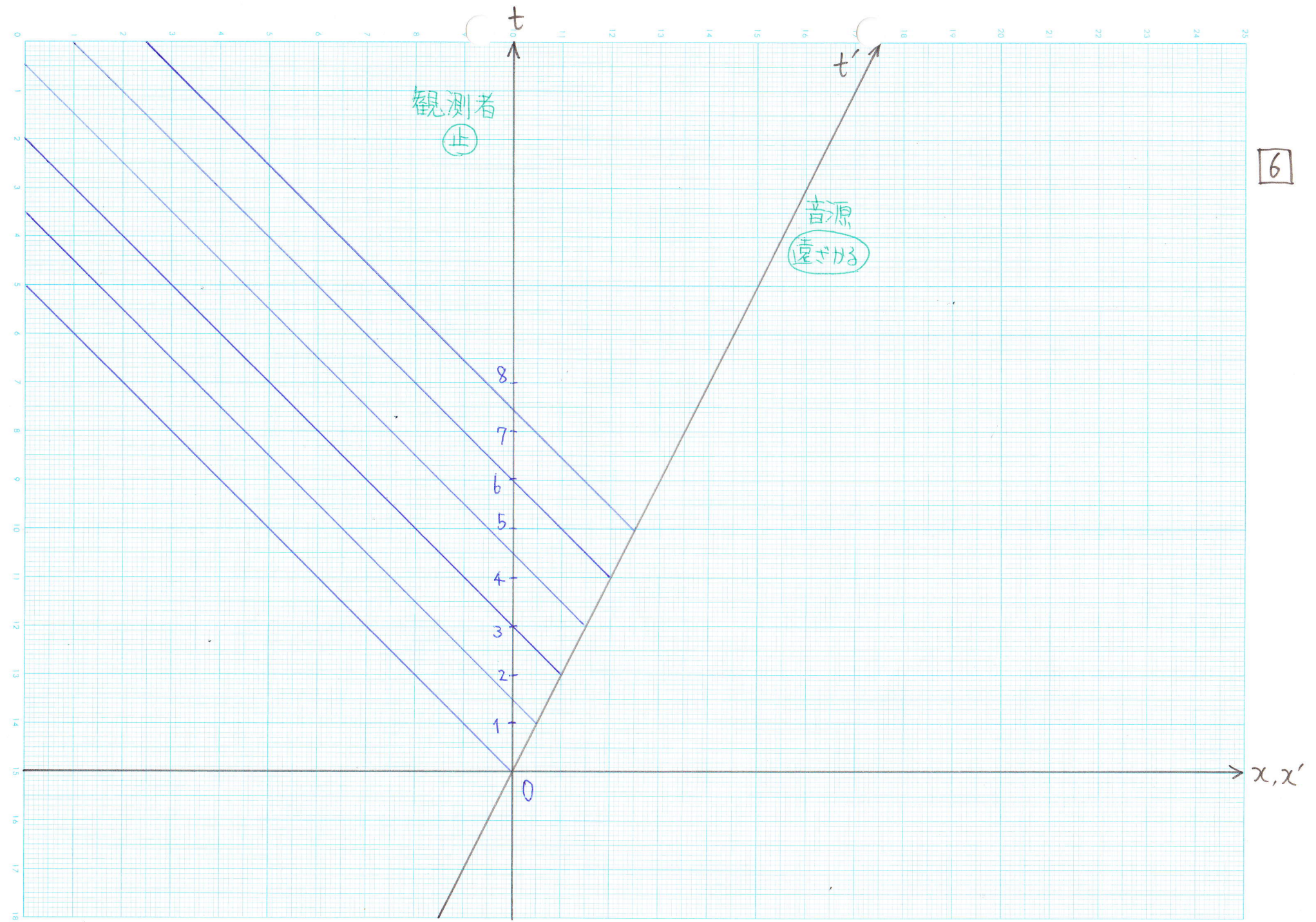
(b) ドップラー効果の式から

$$\nu' = \frac{v}{v-V} \times \nu = \frac{1}{1-0.5} \times 1 = \frac{1}{0.5} = 2 \text{ Hz}$$

9. 今日の講義でわかったこと・わからなかったこと・感想などを書きなさい. (自由記載)



6



7

