

動力学 No.12

運動方程式を解く (7) 振動運動

$$\begin{cases} x(t+\epsilon) = x(t) + \epsilon v\left(t + \frac{\epsilon}{2}\right) \\ v\left(t + \frac{\epsilon}{2}\right) = v\left(t - \frac{\epsilon}{2}\right) - \epsilon x(t) \end{cases}$$

ここで, $\epsilon = 0.50 \text{ s}$, $\frac{k}{m} = 1.0 \text{ s}^{-2}$ とし, 小数第4位を四捨五入しなさい。

時刻 t [s]	位置 $x(t)$ [m]	速さ $v(t)$ [m/s]
0	$x(0) = 1.0$	$v(0) = 0.0$
ϵ	0.875	$v\left(\frac{\epsilon}{2}\right) = v(0) - \frac{\epsilon}{2}x(0)$ $= -0.250$
2ϵ	0.531	-0.688
3ϵ	0.054	-0.954
4ϵ	-0.437	-0.981
5ϵ	-0.819	-0.763
6ϵ	-0.996	-0.354
7ϵ	-0.924	0.144
8ϵ	-0.621	0.606
9ϵ	-0.163	0.917
10ϵ	0.337	0.999
11ϵ	0.753	0.831
12ϵ	0.981	0.455
13ϵ	0.963	-0.036
14ϵ	0.704	-0.518
15ϵ	$= 0.269$	$= -0.870$

1. $x-t$ グラフ, $v-t$ グラフを一枚のグラフ用紙に描きなさい.
2. $x-t$ グラフ, $v-t$ グラフの周期は, それぞれ何 s か.

$$T_x = 2\pi = 6.28s, \quad T_v = 2\pi = 6.28s$$

3. Newton の運動方程式

$$\frac{d^2x}{dt^2} + x = 0 \quad (1)$$

を解くことを考えよう.

- (a) A, B を定数として, 解の形を

$$x(t) = A \cos t + B \sin t \quad (2)$$

と仮定する. これを t で微分して, 上の微分方程式を満たすことを確かめなさい.

$$v = \frac{dx}{dt} = -A \sin t + B \cos t$$
$$\frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = -A \cos t - B \sin t = -x$$

確かに (2) 式は (1) 式を満たしている.

- (b) 初期条件 $x(0) = 1, v(0) = 0$ から, 定数 A, B を求めなさい.

$$x(0) = A = 1$$

$$v(0) = B = 0$$

- (c) 初期条件を含んだ完全な解の形を書きなさい.

$$x(t) = \cos t$$
$$v(t) = -\sin t$$

4. 日常生活の中で, 振動現象 (周期的な運動) の例を 3 つあげ, 説明しなさい.

(a)

(b)

(c)

5. 今日の講義でわかったこと・わからなかったこと・感想などを書きなさい. (自由記載)