

動力学 No.10

運動方程式を解く (5) モンキー・ハンティング

$$\begin{cases} x(t+\epsilon) = x(t) + \epsilon v_x \left(t + \frac{\epsilon}{2}\right) \\ v_x \left(t + \frac{\epsilon}{2}\right) = v_x \left(t - \frac{\epsilon}{2}\right) \end{cases} \quad \begin{cases} y(t+\epsilon) = y(t) + \epsilon v_y \left(t + \frac{\epsilon}{2}\right) \\ v_y \left(t + \frac{\epsilon}{2}\right) = v_y \left(t - \frac{\epsilon}{2}\right) - \epsilon g \end{cases}$$

$$\begin{cases} z(t+\epsilon) = z(t) + \epsilon v_z \left(t + \frac{\epsilon}{2}\right) \\ v_z \left(t + \frac{\epsilon}{2}\right) = v_z \left(t - \frac{\epsilon}{2}\right) - \epsilon g \end{cases}$$

ここで, $\epsilon = 0.10 \text{ s}$, $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ とし, 小数第 4 位を四捨五入しなさい.

t [s]	$x(t)$ [m]	$y(t)$ [m]	$v_x(t)$ [m/s]	$v_y(t)$ [m/s]	$z(t)$ [m]	$v_z(t)$ [m/s]
0	$x(0) = 0.0$	$y(0) = 0.0$	$v_x(0) = 6.0$	$v_y(0) = 6.0$	$z(0) = 5.0$	$v_z(0) = 0.0$
			$v_x(\frac{\epsilon}{2}) = 6.0$	$v_y(\frac{\epsilon}{2}) = 5.51$		$v_z(\frac{\epsilon}{2}) = -0.49$
ϵ	0.6	0.551	6	4.53	4.951	-1.47
			6	3.55		4.804
2ϵ	1.2	1.004	6	2.57	4.559	-3.43
			6	1.59		4.216
3ϵ	1.8	1.359	6	0.61	3.775	-5.39
			6	-0.37		3.236
4ϵ	2.4	1.616	6	-1.35	2.599	-7.35
			6	-2.33		1.864
5ϵ	3.0	1.775	6	-3.31	1.031	-9.31
			6	-4.29		0.1
6ϵ	3.6	1.836	6	-5.27	-0.929	-11.27
			6	-6.25		-2.056
7ϵ	4.2	1.799	6	*****	= -3.281	*****
			6	*****		*****

1. 横軸に x , 縦軸に y と z をとったグラフを描きなさい。
2. 上のグラフから, 麻醉銃弾が $x = 5$ に到達したときの y 座標を読み取りなさい。

$$y = 1.59 \text{ m}$$

3. 麻醉銃弾の質量を m , 猿の質量を M とすると, Newton の運動方程式は

$$\begin{cases} m \frac{dv_x}{dt} = 0 \\ m \frac{dv_y}{dt} = -mg \end{cases} \quad \begin{cases} M \frac{dv_z}{dt} = -Mg \end{cases}$$

となる。この運動方程式を解きなさい (No.5 1., 3. 参照)。

- (a) それぞれ t で積分する。初期条件は, $v_x(0) = v_y(0) = 6$, $v_z(0) = 0$ である。

$$\begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} = 6 \\ v_y = \frac{dy}{dt} = -9.8t + 6 \end{cases} \quad \begin{cases} v_z = \frac{dz}{dt} = -9.8t \end{cases}$$

- (b) もう一回 t で積分する。初期条件は, $x(0) = y(0) = 0$, $z(0) = 5$ である。

$$\begin{cases} x = 6t \\ y = -4.9t^2 + 6t \end{cases} \quad \begin{cases} z = -4.9t^2 + 5 \end{cases}$$

4. 微分方程式を解いた結果から以下の問に答えなさい。

- (a) 上で求めた x の式から, $x = 5 \text{ m}$ の地点に麻醉銃弾が到達する時刻 T は何 s か。

$$x = 5 = 6T \text{ より } T = \frac{5}{6} = 0.83 \text{ s}$$

- (b) 時刻 $t = T$ のとき, $y(T)$, $z(T)$ をそれぞれ求めなさい。

$$\begin{cases} y(T) = -4.9 \times \left(\frac{5}{6}\right)^2 + 6 \times \frac{5}{6} = 1.597 \\ z(T) = -4.9 \times \left(\frac{5}{6}\right)^2 + 5 = 1.597 \end{cases}$$

- (c) 上の問いと, 2. の問からわかることを述べなさい。

5. 今日の講義でわかったこと・わからなかったこと・感想などを書きなさい。(自由記載)