

**動力学 No.9** 運動方程式を解く (4) 放物運動

$$\begin{cases} x(t+\epsilon) = x(t) + \epsilon v_x\left(t + \frac{\epsilon}{2}\right) \\ v_x\left(t + \frac{\epsilon}{2}\right) = v_x\left(t - \frac{\epsilon}{2}\right) \end{cases} \quad \begin{cases} y(t+\epsilon) = y(t) + \epsilon v_y\left(t + \frac{\epsilon}{2}\right) \\ v_y\left(t + \frac{\epsilon}{2}\right) = v_y\left(t - \frac{\epsilon}{2}\right) - \epsilon g \end{cases}$$

ここで、 $\epsilon = 0.10 \text{ s}$ ,  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$  とし、小数第4位を四捨五入しなさい。

| 時刻 $t$ [s]   | 位置 $x(t)$ [m] | 位置 $y(t)$ [m] | 速さ $v_x(t)$ [m/s]                             | 速さ $v_y(t)$ [m/s]   |
|--------------|---------------|---------------|---|---|
| 0            | $x(0) = 0.0$  | $y(0) = 0.0$  | $v_x(0) = 6.0$                                | $v_y(0) = 6.0$  |
|              |               |               | $v_x\left(\frac{\epsilon}{2}\right) = v_x(0)$ | $v_y\left(\frac{\epsilon}{2}\right) = v_y(0) - \frac{\epsilon}{2}g$ |
| $\epsilon$   | 0.6           | 0.551         | = 6   | = 5.51  |
| $2\epsilon$  | 1.2           | 1.004         | 6   | 4.53  |
| $3\epsilon$  | 1.8           | 1.359         | 6   | 3.55  |
| $4\epsilon$  | 2.4           | 1.616         | 6   | 2.57  |
| $5\epsilon$  | 3.0           | 1.775         | 6   | 1.59  |
| $6\epsilon$  | 3.6           | 1.836         | 6   | 0.61  |
| $7\epsilon$  | 4.2           | 1.799         | 6   | -0.37   |
| $8\epsilon$  | 4.8           | 1.664         | 6   | -1.35   |
| $9\epsilon$  | 5.4           | 1.431         | 6   | -2.33   |
| $10\epsilon$ | 6.0           | 1.100         | 6   | -3.31   |
| $11\epsilon$ | 6.6           | 0.671         | 6   | -4.29   |
| $12\epsilon$ | 7.2           | 0.144         | 6   | -5.27   |
| $13\epsilon$ | = 7.8         | = -0.481      | = 6.0   | = -6.25   |
|              |               |               | *****   | *****   |

↑

no.5 参照

1. 横軸に  $x$ , 縦軸に  $y$  をとったグラフを描きなさい.
2. 上に描いたグラフから次の値 (座標) を読み取りなさい.

|        | 最高点          | 到達した点        |
|--------|--------------|--------------|
| 値 (座標) | $x_H = 3.54$ | $x_R = 7.35$ |
|        | $y_H = 1.83$ | $y_R = 0$    |

3. Newton の運動方程式

$$\begin{cases} m \frac{dv_x}{dt} = 0 \\ m \frac{dv_y}{dt} = -mg \end{cases}$$

を解きなさい (No.5 5. と No.8 3. 参照). この微分方程式は,  $x$  方向と  $y$  方向が別々の微分方程式となっている.

(a) それぞれ時間  $t$  で積分する. 初期条件は,  $v_x(0) = 6.0$ ,  $v_y(0) = 6.0$  である.

$$\begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} = 6 \\ v_y = \frac{dy}{dt} = -9.8t + 6 \end{cases}$$

(b) もう一回時間  $t$  で積分する. 初期条件は,  $x(0) = 0.0$ ,  $y(0) = 0.0$  である.

$$\begin{cases} x = 6t \\ y = -4.9t^2 + 6t \end{cases}$$

(c) 上で求めた  $x$ ,  $y$  の式から時間  $t$  を消去することによって,  $y$  を  $x$  の関数として表しなさい.

$$y = -\frac{4.9}{36}x^2 + x$$

(d) 上で求めた関数から次の座標を求め, 2. の値と比較しなさい. 答えは 小数 で表しなさい.

(i) 平方完成をし, 最高点の座標 ( $x_H, y_H$ ) を求めなさい.

$$y = -\frac{4.9}{36} \left(x - \frac{18}{4.9}\right)^2 + \frac{9}{4.9} = -\frac{4.9}{36} (x - 3.67)^2 + 1.84$$

(ii)  $y = 0$  とした  $x$  の 2 次方程式を解き, 到達点 ( $x_R, 0$ ) を求めなさい.

$$y = 0 = x \left(-\frac{4.9}{36}x + 1\right) \quad \therefore x = 0, \frac{36}{4.9} = 7.35$$

4. 今日の講義でわかったこと・わからなかったこと・感想などを書きなさい. (自由記載)