

動力学 No.8

運動方程式を解く (3) 鉛直投げ上げ

$$\begin{cases} x(t+\epsilon) = x(t) + \epsilon v\left(t + \frac{\epsilon}{2}\right) \\ v\left(t + \frac{\epsilon}{2}\right) = v\left(t - \frac{\epsilon}{2}\right) - \epsilon g \end{cases} \quad (1)$$

ここで $\epsilon = 0.10 \text{ s}$, $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ とし, 小数第 4 位を四捨五入しなさい。

時刻 t [s]	位置 $x(t)$ [m]	速さ $v(t)$ [m/s]	加速度 $a(t)$ [m/s ²]
0	$x(0) = 0.0$	$v(0) = 6.0$	$a(0) = -9.8$
ϵ	0.551	$v\left(\frac{\epsilon}{2}\right) = v(0) - \frac{\epsilon}{2}g$ = 5.51	-9.8
2ϵ	1.004	4.53	-9.8
3ϵ	1.359	3.55	-9.8
4ϵ	1.616	2.57	-9.8
5ϵ	1.775	1.59	-9.8
6ϵ	1.836	0.61	-9.8
7ϵ	1.799	-0.37	-9.8
8ϵ	1.664	-1.35	-9.8
9ϵ	1.431	-2.33	-9.8
10ϵ	1.100	-3.31	-9.8
11ϵ	0.671	-4.29	-9.8
12ϵ	0.144	-5.27	-9.8
13ϵ	= -0.481	= -6.25 *****	-9.8

- $x-t$ グラフ, $v-t$ グラフをグラフ用紙に描きなさい.
- 上に描いたグラフから, 次の値 (座標) を読みなさい.

	時刻	距離	速さ
最高点	$t_H = 0.61$	$x_H = 1.84$	$v_H = 0$
再び地上に戻ってきた点	$t_L = 1.22$	$x_L = 0$	$v_L = -6.00$

3. Newton の運動方程式

$$m \frac{dv}{dt} = -mg \quad (2)$$

を解きなさい.

- (a) t で積分して $v(t)$ を求めなさい. 初期条件は $v(0) = +6.0 \text{ m/s}$ である.

$$v = -9.8t + 6$$

- (b) もう一度 t で積分して $x(t)$ を求めなさい. 初期条件は $x(0) = 0.0 \text{ m}$ である.

$$x = -4.9t^2 + 6t$$

- (c) 微分方程式を解いた結果から, 次の量を計算しなさい.

- (i) 最高点に達したとき ($v = 0$) の時刻 t_H は何 s か.

$$v = -9.8t_H + 6 = 0 \text{ より } t_H = \frac{6}{9.8} = 0.611 \text{ s}$$

- (ii) 最高点の位置 x_H は地上何 m か.

$$x_H = -4.9 \times \left(\frac{6}{9.8}\right)^2 + 6 \times \frac{6}{9.8} = 1.84 \text{ m}$$

- (iii) 地上に戻ってきたとき ($x = 0$) の時刻 t_L は何 s か.

$$x = -4.9t^2 + 6t = 0 \text{ より } t_L = \frac{6}{4.9} = 1.22 \text{ s}$$

- (iv) 地上に戻ってきたときの速さ v_L は何 m/s か.

$$v_L = -9.8 \times \left(\frac{6}{4.9}\right) + 6 = -6.0 \text{ m/s}$$

4. 今日の講義でわかったこと・わからなかったこと・感想などを書きなさい. (自由記載)